



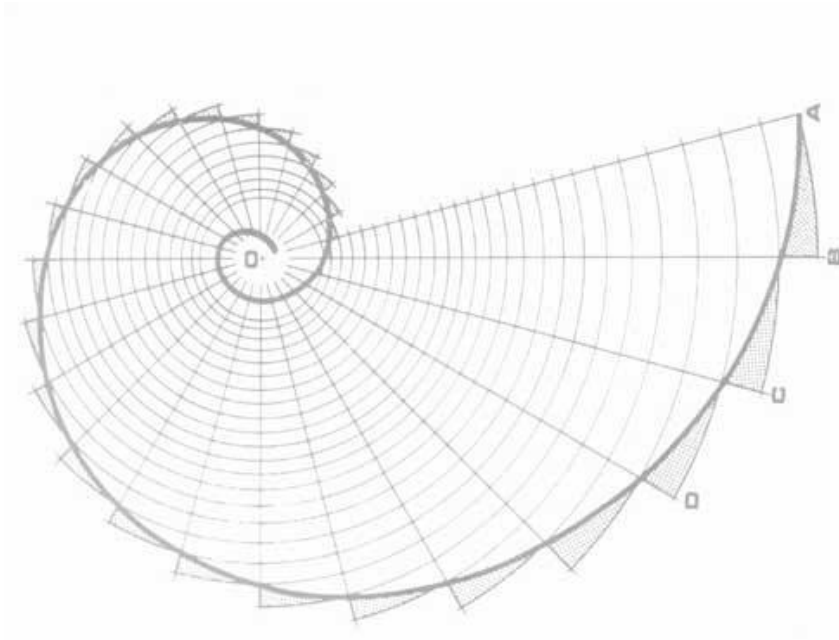
Natura in Numeri: serie di Fibonacci e Frattali



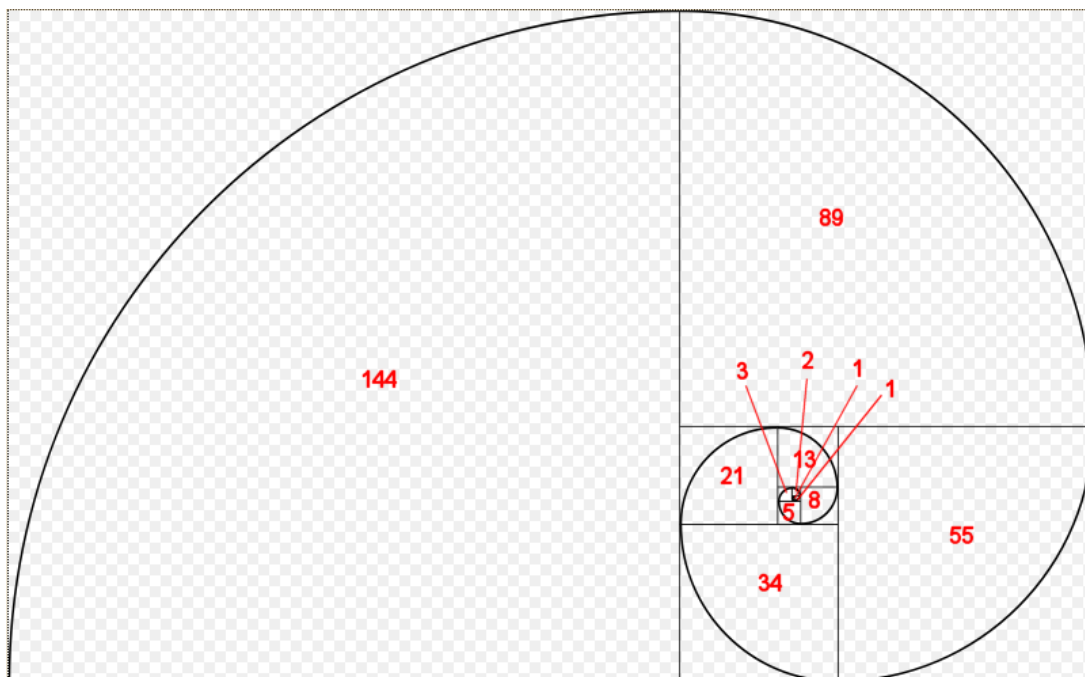
a cura di *Cristina Lo Giudice*

È possibile evidenziare alcuni legami esistenti tra la serie numerica di Fibonacci e ad esempio la Biologia, la Cristallografia, la Musica, l'Economia e ancora l'Arte, l'Elettrotecnica, l'Informatica, ecc...

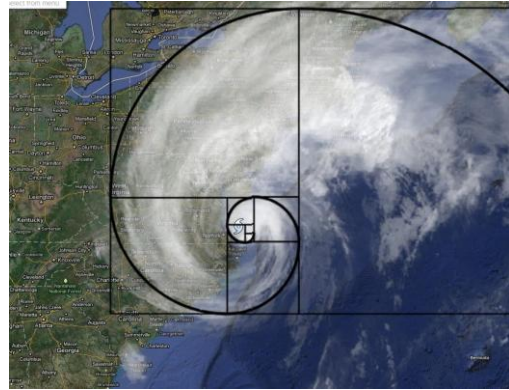
In **Matematica** i numeri di Fibonacci sono legati alla **sezione aurea**.



La costruzione geometrica della sezione aurea richiede, fissata un'unità di misura, l'individuazione di una curva congiungente, in modo consecutivo, i punti estremi e coincidenti a due a due dei segmenti diagonali dell'insieme ordinato di quadrati aventi per lato $\{0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots\}$

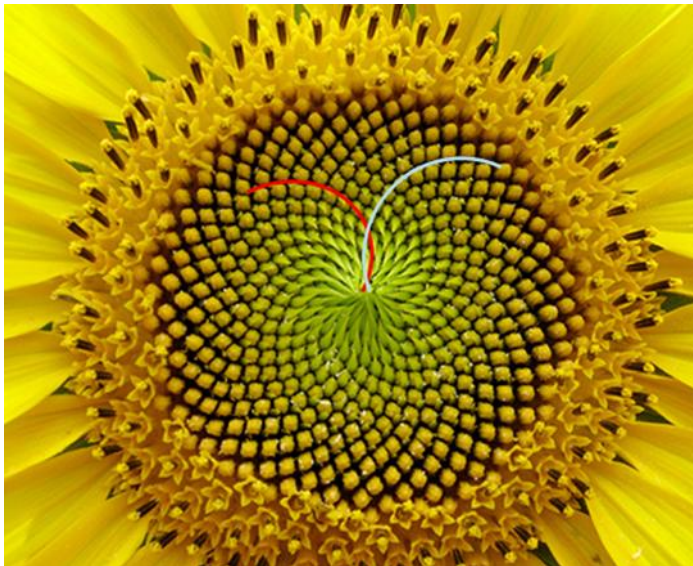


In natura la sezione aurea è facilmente osservabile in diverse manifestazioni.



In **Botanica**, il numero delle spirali formate dalle infiorescenze del disco (capolini) centrali, di alcuni generi corrisponde spesso a una serie di Fibonacci. Solitamente quando le spirali orientate in senso orario sono 34 quelle orientate in senso antiorario sono 55; quando le spirali orientate in senso orario sono rispettivamente 55 o 89 quelle orientate in senso antiorario sono 89 e 144, tutti numeri consecutivi appartenenti alla serie di Fibonacci.

Ad esempio nel Girasole (*Helianthus*), i piccoli fiori del disco sono disposti lungo due insiemi di spirali che girano rispettivamente in senso orario e antiorario.



Anche nella Margherita (*Leucanthemum*) la disposizione dei fiori del disco individua due serie di spirali:

- la prima presenta **21** curve che ruotano in senso antiorario
- la seconda presenta **34** curve che ruotano in senso orario

21 e 34 sono due numeri consecutivi di Fibonacci.

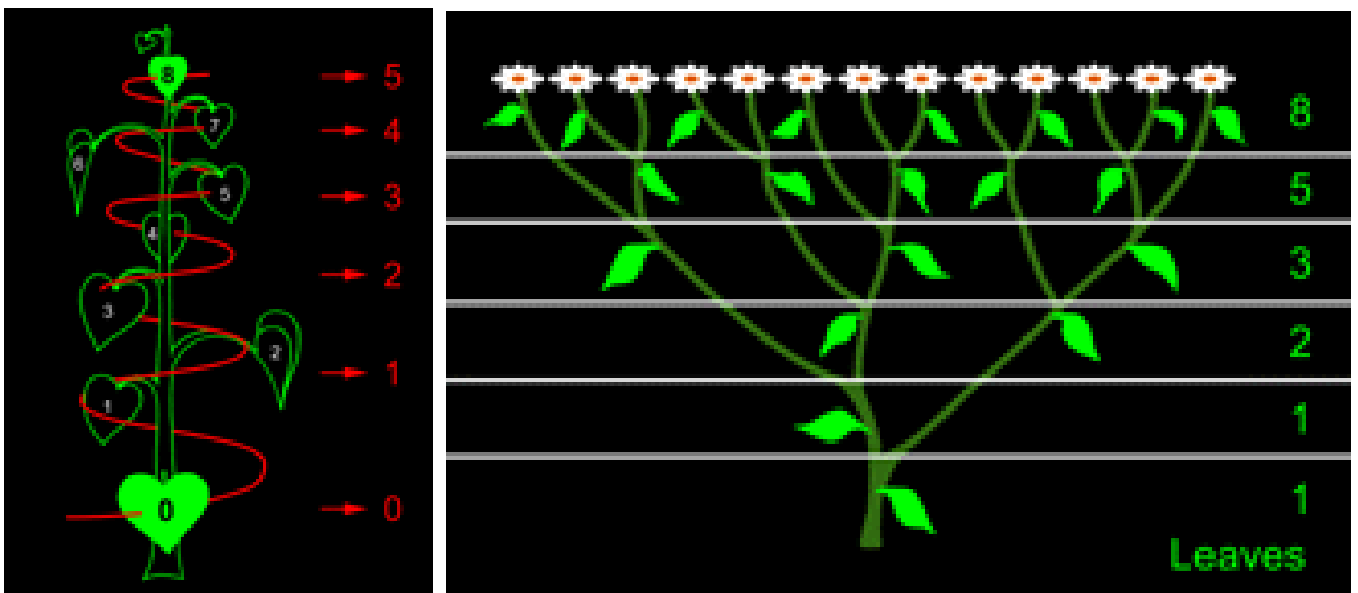
I numeri di Fibonacci e la fillotassi

La **fillotassi** è la disposizione sul caule, detta anche **tassia fogliare**, delle foglie e in generale dei fillomi, brattee, antofilli ecc.; questa pur essendo molto variabile da pianta a pianta, è spesso costante per ogni specie.

In fusti eretti, le foglie si presentano disposte secondo una componente rotatoria che, con l'avanzamento verso l'alto, descrive un'elica immaginaria intorno al fusto.

Scegliendo come punto di partenza una foglia qualunque, seguendo l'elica dopo 1, 2, 3 o 5 giri troveremo sempre una foglia allineata con quella di partenza; a seconda della pianta scelta, questa sarà la 2^a, la 3^a, la 5^a, la 8^a, la 13^a, etc... (successione numerica di Fibonacci).

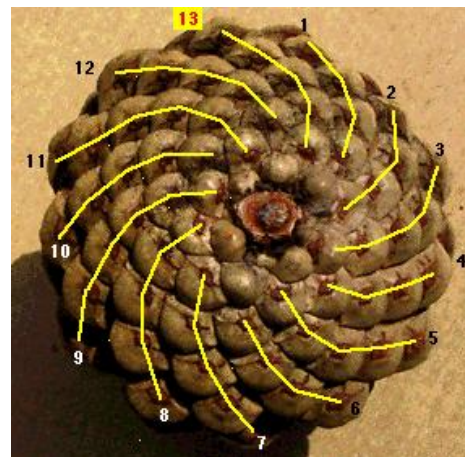
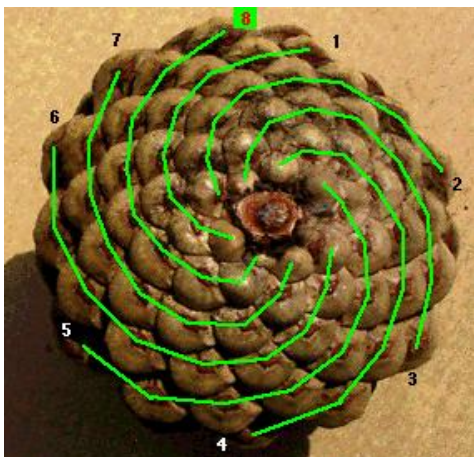
Si definisce **rapporto fillotattico** il rapporto tra il numero di foglie e il numero di giri.



In alcune piante, come *Achillea ptarmica*, ogni ramo dell'infiorescenza impiega un mese prima di biforcarsi e lo sviluppo segue uno schema definito. Al primo mese 1 ramo, al secondo 2, al terzo 3, al quarto 5 e così via. Anche il numero delle foglie presenti sui rami corrisponde a una serie di Fibonacci.

Analogamente la fillotassi delle brattee delle pigne segue un andamento a spirale aurea.

Le brattee si dispongono, infatti, secondo due serie di spirali dal ramo verso l'esterno, una in senso orario e l'altra in senso antiorario.



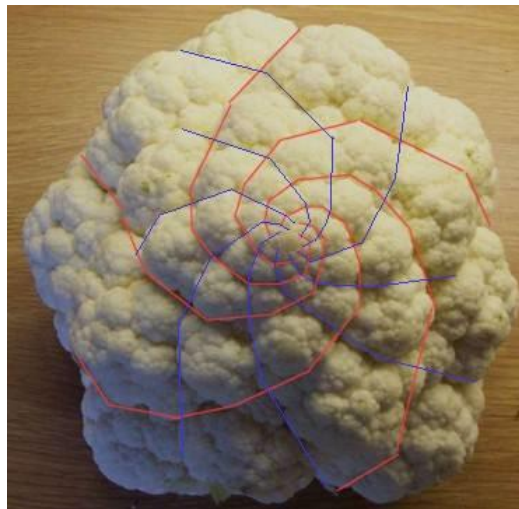
Allo stesso modo la disposizione delle scaglie dell'Ananas rispetta la serie di Fibonacci.

In questo caso possiamo osservare tre insiemi di spirali:

- un insieme composto da **5** spirali che salgono con gradualità da sinistra a destra
- un insieme di **8** spirali che salgono più rapidamente da destra a sinistra
- un insieme di **13** spirali che salgono quasi verticali da sinistra a destra.



Altri esempi sono dati dal Cavolfiore (*Brassica oleracea* L. var. *botrytis*) e dal Cavolo o Broccolo romano (*Brassica oleracea* L. convar. *botrytis* (L.) Alef. var. *cymosa* Duch.); anche nel corpo umano il rapporto fra le falangi di un dito di un uomo adulto formano una piccola serie di Fibonacci.

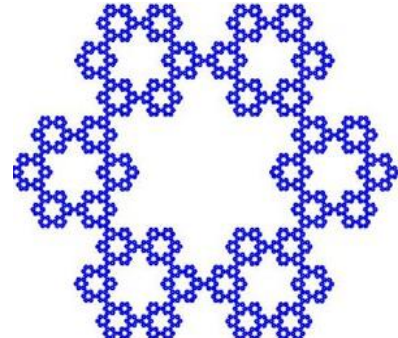


I Frattali

Un frattale, neologismo introdotto nel 1975 da Benoît Mandelbrot per descrivere alcuni elementi matematici che mostrano un comportamento caotico, è un oggetto geometrico che ripete la sua struttura su scale diverse, quindi rimpicciolandola o ingrandendola teoricamente infinite volte senza cambiarla.

Questa caratteristica è detta **autosimilarità**: l'oggetto presenta sempre gli stessi caratteri globali a qualunque scala lo si osservi.

La natura produce molti esempi di forme simili ai frattali.



Un albero è un esempio familiare di frattale.

Costruzione geometrica dei frattali

Un frattale è un'entità geometrica che sottoposta a una trasformazione, l'**omotetia**, mantiene invariata la sua forma.

Un'omotetia è una trasformazione geometrica che permette di ingrandire o ridurre una figura mantenendone invariati gli angoli, quindi la forma.

La costruzione geometrica dei frattali si basa su l'applicazione, un numero di volte teoricamente infinito, di questa trasformazione; dopo un certo numero di iterazioni l'occhio umano non è più in grado di percepire le ulteriori modifiche dovute alla trasformazione, quindi, quando si disegna geometricamente un frattale, ci si può fermare dopo un congruo numero di iterazioni.

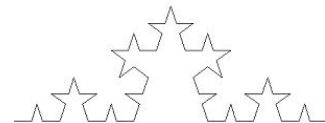
1



2



3



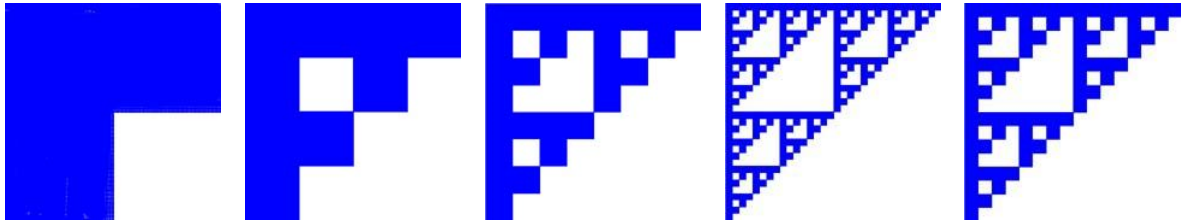
4



Applicando procedimenti analoghi possiamo ottenere diverse figure.

Il triangolo di Sierpinski

Il triangolo di Sierpinski, noto anche come Gerla di Sierpinski, dal nome del matematico che per primo ne ha studiate le proprietà, è un particolare triangolo costruito geometricamente grazie ad una serie di rimozioni successive:

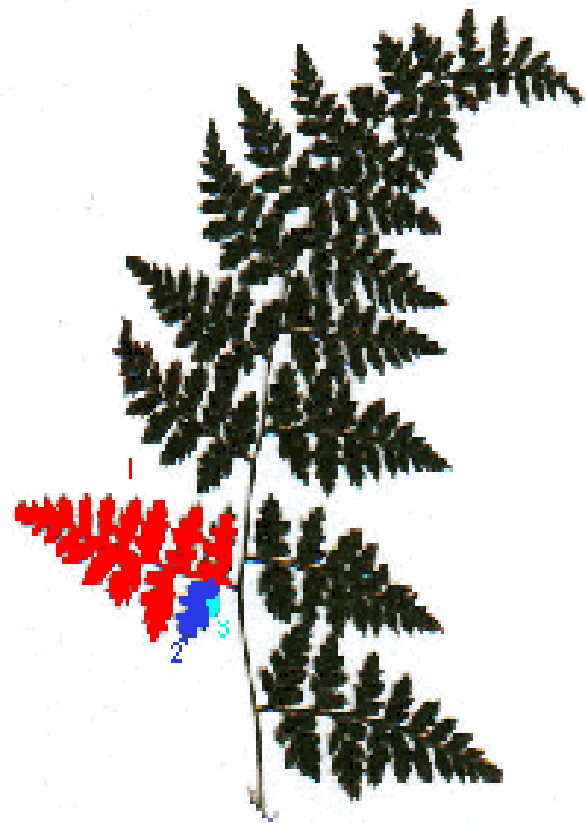


- da un iniziale quadrato pieno si rimuove un quadratino di lato pari alla metà del quadrato iniziale, in modo da ottenere l'effetto visivo di una figura composta da tre quadrati più piccoli
- da ciascuno di questi quadrati si elimina il quadratino in basso a destra, ottenendo l'effetto visivo di una figura formata da nove quadratini
- ripetendo il procedimento si arriva al risultato finale cercato.

Lo stesso procedimento sottende alla realizzazione degli origami cinesi.

In natura

Consideriamo le felci: ogni parte di una foglia di felce è simile all'intera felce; potremmo considerare quindi ogni segmento come una copia in piccolo della fronda completa e immaginarla riducibile infinite volte in parti uguali sempre più piccole.



È quindi possibile costruire geometrica una felce applicando più volte un certo numero di trasformazioni affini.

- ad una forma iniziale qualsiasi, applichiamo tre volte le seguenti trasformazioni geometriche: una rotazione, una omotetia e una traslazione

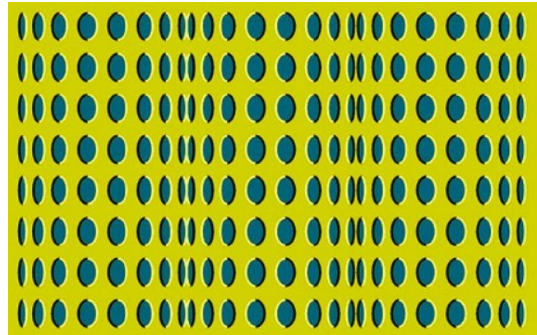


Molti giochi, noti come **illusioni ottiche**, sfruttano le proprietà dei frattali.

Il movimento illusorio percepito osservando alcune immagini è dovuto al modo in cui i nostri occhi percepiscono l'immagine.

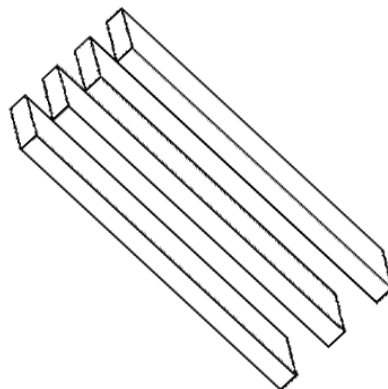
Ogni immagine da noi percepita come intero in realtà è il risultato di una combinazione tra **movimenti saccadici** e **fissazioni** consecutive.

Nell'osservare un'immagine, i nostri occhi compiono un'esplorazione attraverso i movimenti saccadici fissandosi su alcuni punti, i punti di fissazione, ben determinati, creando in alcuni casi l'illusione del movimento. Quando fermiamo il nostro sguardo su punti che riconosciamo come punti di riferimento la figura ci apparirà immobile.



La nostra capacità di riconoscere le "illusioni" è strettamente legata alla nostra esperienza, cioè al modo in cui abbiamo imparato a filtrare le informazioni provenienti dal mondo esterno.

Un altro esempio di quanto questa esperienza condizioni la nostra interpretazione di ciò che guardiamo, è dato dalle **figure ambigue e impossibili**.



Un altro elemento che condiziona fortemente la nostra capacità di interpretare ciò che ci circonda è dato dalla capacità attentiva; per di più il tempo di reazione nell'esecuzione di un compito varia proprio al variare della capacità attentiva.

Un esempio tipico di questo condizionamento è dato dall'**Effetto Stroop**

GIALLO AZZURRO ARANCIONE
NERO ROSSO VERDE
MARRONE GIALLO ROSSO
ARANCIONE VERDE NERO
AZZURRO ROSSO MARRONE
VERDE AZZURRO ARANCIONE

Nel provare a dire ad alta voce il colore con cui sono scritte le parole in figura, e non a leggere le parole stesse, si verifica un'interferenza durante l'esecuzione del compito. Per riuscire a non pronunciare la parola scritta, ma il colore in cui è scritta, bisogna aumentare la capacità attentiva.

Metodo investigativo

Per guardare ai fenomeni naturali, e a tutto ciò che ci circonda, al fine di poterli descrivere correttamente attraverso l'identificazione dei loro caratteri peculiari, occorre eliminare "interferenze" e "illusioni".

Il metodo sperimentale più utile è quello investigativo, base di ogni ricerca scientifica.

Attraverso osservazioni sistematiche, raccolta di dati (indizi) confrontabili e verificabili, e la deduzione dei caratteri, si giunge alla descrizione dei fenomeni.

Alla base di ogni investigazione, e di ogni indagine scientifica, si pone l'**osservazione** (atto del vedere) dei particolari e la **deduzione**, così come l'importante differenza tra il **guardare** (l'insieme di sguardi che costruisce l'immagine) e il **vedere**, abilità di cogliere i particolari e fare relazioni; capacità che può essere affinata con l'abitudine e l'esercizio.

"Non c'è alcun ramo delle scienze investigative così poco praticato, eppure tanto importante, qual è l'arte d'interpretare le orme".

Sherlock Holmes